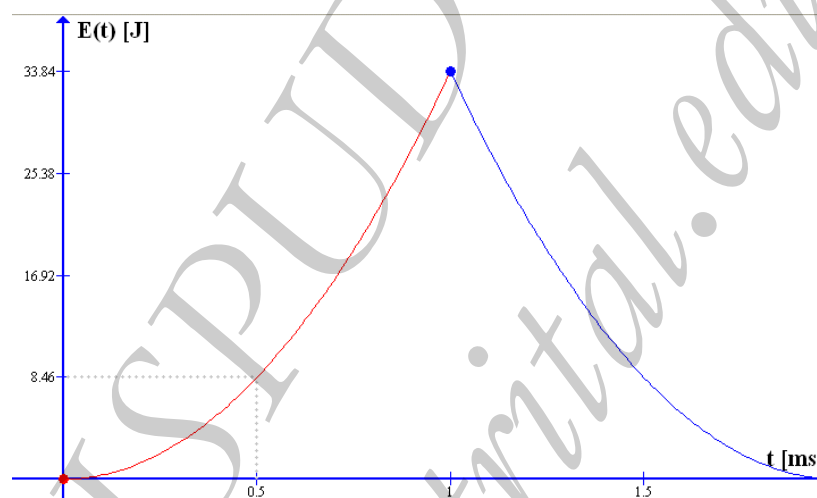


1.7 TRANSFERENCIA DE ENERGÍA

Ejercicio 7. Transferencia de energía.

Tomando como referencia el ejercicio 1.2 de la grafica de energía y potencia, calcular la energía transferida para el intervalo $0.5 \leq t \leq 2$ [ms].

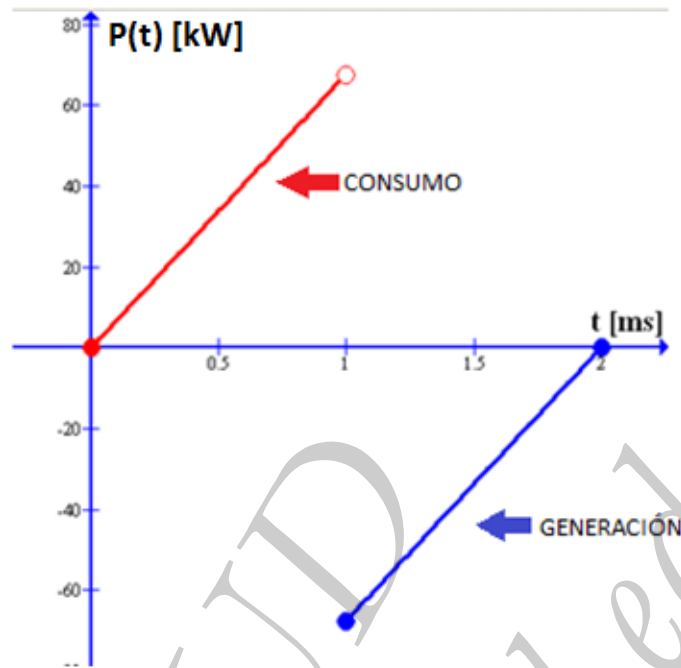
Gráfica 25. Energía en función del tiempo $E(t)$.



$$E_c(t) = 33,84 t^2 [J] \quad 0 \leq t \leq 1 [ms]$$

$$E_c(t) = 33,84 t^2 - 135,36 t + 135,36 [J] \quad 1 \leq t \leq 2 [ms]$$

Gráfica 26. Potencia en función del tiempo $P(t)$.



$$P_c(t) = 67,68 t \text{ [kW]} \quad 0 \leq t < 1 \text{ [ms]}$$

$$P_c(t) = 67,68 t - 135,36 \text{ [kW]} \quad 1 \leq t \leq 2 \text{ [ms]}$$

1. Resolviendo por método 1:

1.1 Para $t=0.5$ [ms] corresponde la primera ecuación: $E(t) = 33.84 t^2$ [J]

$$E_{(0.5[ms])} = t_{(0.5[ms])} = 33.84 \text{ [J]} * (0.5)^2 \Rightarrow E_{(0.5[ms])} = 8.46 \text{ [J]}$$

1.2 Para $t=2$ [ms] corresponde la ecuación: $E(t) = 33.84 t^2 - 135.36 t + 135.36$ [J]

$$E_{(2[ms])} = t_{(2[ms])} = 33.84 (2)^2 - 135.36 (2) + 135.36 \text{ [J]} = 0 \text{ [J]}$$

$$\text{Aplicando: } \Delta E_T = E_f - E_i$$

$$\Delta E_{(0.5[ms] \rightarrow 2[ms])} = E_{(2[ms])} - E_{(0.5[ms])} = 0 \text{ [J]} - 8.46 \text{ [J]}$$

$$\Delta E_{(0.5[ms] \rightarrow 2[ms])} = -8.46 \text{ [J]}$$

2. Resolviendo por método 2:

Observando la gráfica directamente podemos saber que:

- $E_{(0.5[ms])} = 8.46$ [J]
- $E_{(2[ms])} = 0$ [J]

$$\Delta E_{(0.5[ms] \rightarrow 2[ms])} = E_{(2[ms])} - E_{(0.5[ms])} = 0 \text{ [J]} - 8.46 \text{ [J]}$$

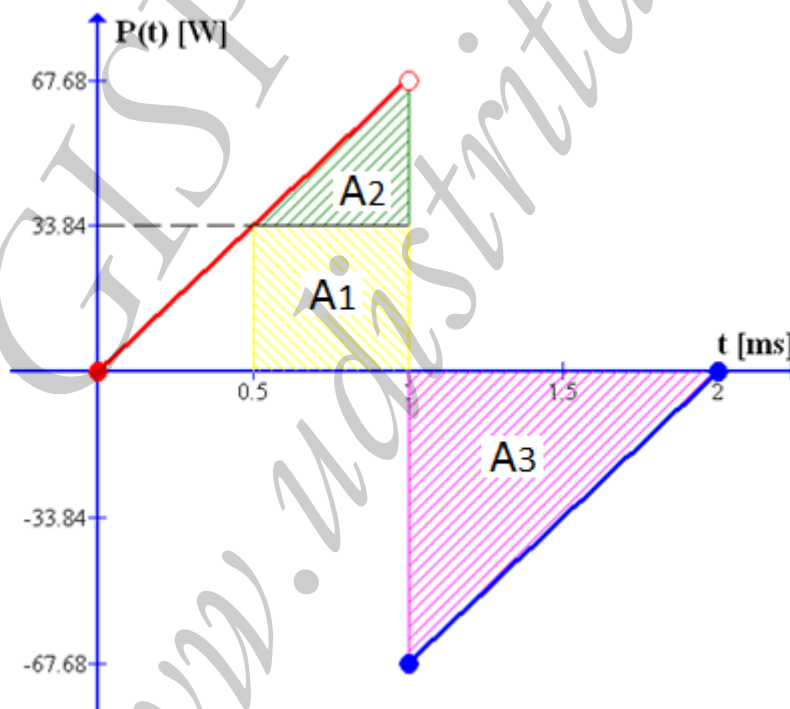
$$\Delta E_{(0.5[ms] \rightarrow 2[ms])} = -8.46 [J]$$

3. Resolviendo por método 3:

Para determinar el área bajo la curva observamos que la gráfica de potencia corresponde a dos valores lineales. Entonces es necesario hallar el área de un rectángulo y dos triángulos.

$$\Delta E_T = A_1 + A_2 + A_3$$

Gráfica 27. Potencia en función del tiempo área bajo la curva.



$$A_1 = b * A = 0.5[ms] * 33.84[kW] = 16.92[J]$$

$$A_2 = \frac{b * A}{2} = \frac{0.5[ms] * 33.84[kW]}{2} = 8.46[J]$$

$$A_3 = \frac{b * A}{2} = \frac{1[ms] * -67.68[kW]}{2} = -33.84[J]$$

$$\Delta E_T = A_1 + A_2 + A_3 = 16.92[J] + 8.46[J] - 33.84[J] = -8.46[J]$$

4. Resolviendo por método 4:

Realizando la integral definida para cada uno de los intervalos.

$$\Delta E_T = \int_{0.5[ms]}^{1[ms]} 67.68[kW] t dt + \int_{1[ms]}^{2[ms]} 67.68 t - 135.36[kW] dt$$

$$\Delta E_T = \int_{0.5[ms]}^{1[ms]} 67.68 [kW]t dt + \int_{1[ms]}^{2[ms]} 67.68 t [kW]dt - \int_{1[ms]}^{2[ms]} 135.36[kW] dt$$

$$\Delta E_T = \frac{67.68}{2} t^2 [kW] \Big|_{0.5[ms]}^{1[ms]} + \frac{67.68}{2} t^2 [kW] \Big|_{1[ms]}^{2[ms]} - 135.36 t [kW] \Big|_{1[ms]}^{2[ms]}$$

$$\begin{aligned} \Delta E_T = & \{(33.84 * 10^3 [W]) * (1 * 10^{-3} [s])^2 - (33.84 * 10^3 [W]) * (0.5 * 10^{-3} [s])^2\} \\ & + \{(33.84 * 10^3 [W]) * (2 * 10^{-3} [s])^2 - (33.84 * 10^3 [W]) * (1 * 10^{-3} [s])^2\} \\ & - \{(135.36 * 10^3 [W]) * (2 * 10^{-3} [s]) + (135.36 * 10^3 [W]) * (1 * 10^{-3} [s])\} \end{aligned}$$

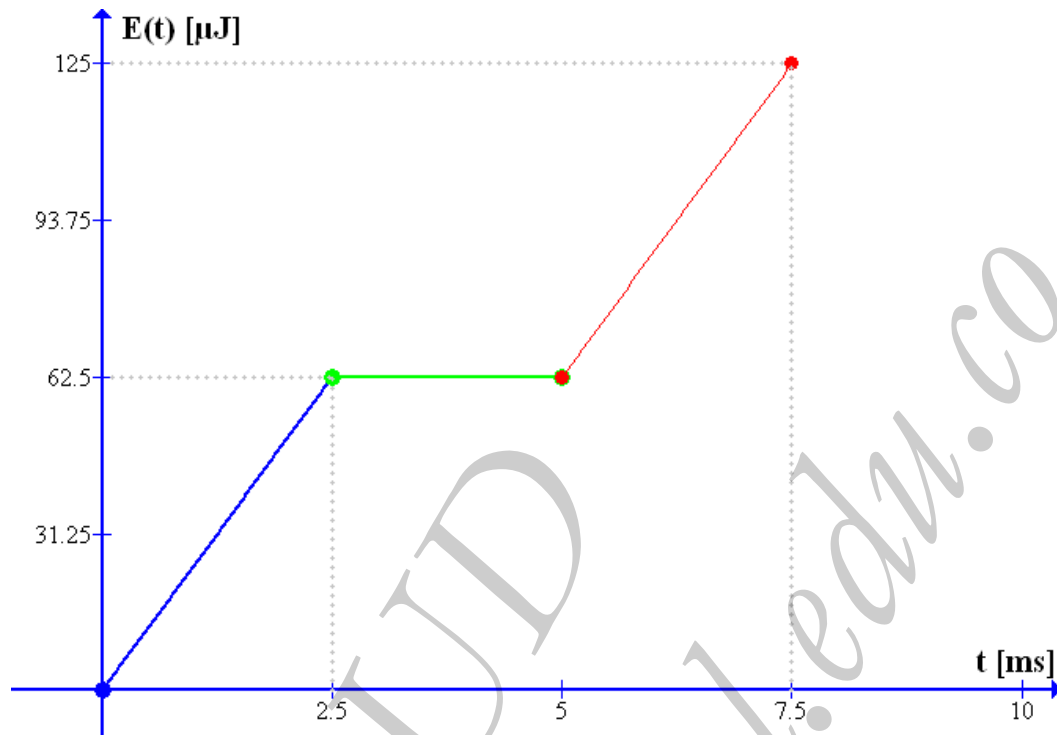
$$\Delta E_T = 33.84[J] - 8.46[J] + 135.36[J] - 33.84[J] - 270.72[J] + 135.36 [J]$$

$$\Delta E_T = -8.46[J]$$

Ejercicio 8. Transferencia de energía 2.

Tomando como referencia el ejercicio 1.3 de la gráfica de energía y potencia, calcular la energía transferida para el intervalo $2.5 \leq t \leq 7.5 [ms]$.

Gráfica 28. Energía en función del tiempo $E(t)$.

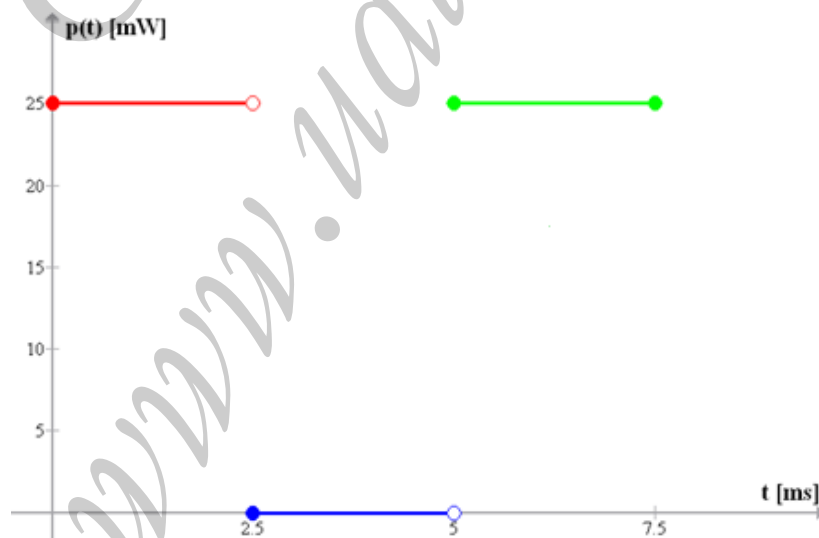


$$E(t) = 25 t [\mu\text{J}] \quad 0 \leq t < 2.5 [\text{ms}]$$

$$E(t) = 62,5 [\mu\text{J}] \quad 2.5 \leq t < 5 [\text{ms}]$$

$$E(t) = 25 t - 62,5 [\mu\text{J}] \quad 5 \leq t \leq 7.5 [\text{ms}]$$

Gráfica 29. Potencia en función del tiempo $P(t)$.



$$P(t) = 25 [\text{mW}] \quad 0 [\text{ms}] \leq t < 2.5 [\text{ms}]$$

$$P(t) = 0 [W] 2.5 [ms] \leq t < 5 [ms]$$

$$P(t) = 25 [mW] 5 [ms] \leq t \leq 7.5 [ms]$$

1. Resolviendo por método 1:

Para $t=2.5 [ms]$ corresponde la primera ó la segunda ecuación por ser un punto frontera.

1.1 Evaluando en la primera ecuación:

$$E_{(2.5[ms])} = t_{(2.5[ms])} = 25 [\mu J] * (2.5) \Rightarrow E_{(2.5[ms])} = 62.5 [\mu J]$$

Igual que la segunda ecuación.

1.2 Para $t=7.5 [ms]$ corresponde la ecuación: $E(t) = 25t - 62.5[\mu J]$

$$E_{(7.5[ms])} = t_{(7.5[ms])} = 25 [\mu J] * (7.5) - 62.5[\mu J] \Rightarrow E_{(7.5[ms])} = 187.5[\mu J] - 62.5[\mu J]$$

$$E_{(7.5[ms])} = 125 [\mu J]$$

$$\text{Aplicando: } \Delta E_T = E_f - E_i$$

$$\Delta E_{(2.5[ms] \rightarrow 7.5[ms])} = E_{(7.5[ms])} - E_{(2.5[ms])} = 125[\mu J] - 62.5[\mu J]$$

$$\Delta E_{(2.5[ms] \rightarrow 7.5[ms])} = 62.5[\mu J]$$

2. Resolviendo por método 2:

Observando la gráfica directamente podemos saber que:

- $E_{(2.5[ms])} = 62.5 [\mu J]$
- $E_{(7.5[ms])} = 125 [\mu J]$

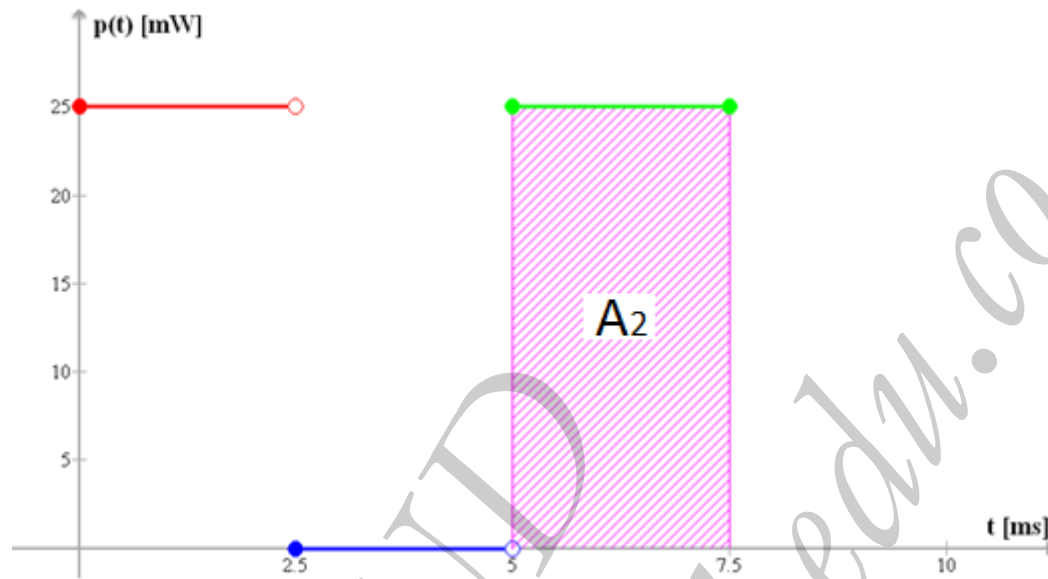
$$\Delta E_{(2.5[ms] \rightarrow 7.5[ms])} = E_{(7.5[ms])} - E_{(2.5[ms])} = 125[\mu J] - 62.5[\mu J]$$

$$\Delta E_{(2.5[ms] \rightarrow 7.5[ms])} = 62.5[\mu J]$$

3. Resolviendo por método 3: pendiente

Para determinar el área bajo la curva observamos que la gráfica de potencia corresponde a dos valores constantes uno igual a cero y otro de valor 25[mW]. Entonces es necesario hallar el área de un rectángulo. $\Delta E_T = A_1 + A_2$.

Gráfica 30. Potencia en función del tiempo área bajo la curva.



$$A_1 = b * A = 2.5[ms] * 0[mW] = 0[J]$$

$$A_2 = b * A = 2.5[ms] * 25[mW] = 62.5[\mu J]$$

$$\Delta E_T = A_1 + A_2 = 0[J] + 62.5[\mu J] = 62.5[\mu J]$$

4. Resolviendo por método 4:

Realizando la integral definida para cada uno de los intervalos.

$$\Delta E_T = \int_{2.5[ms]}^{5[ms]} 0[W] dt + \int_{5[ms]}^{7.5[ms]} 25[mW] dt$$

$$\Delta E_T = -0 t[mW] \Big|_{2.5[ms]}^{5[ms]} + 25t[mW] \Big|_{5[ms]}^{7.5[ms]}$$

$$\Delta E_T = 25 * 10^{-3}[W] * (7.5 * 10^{-3}[s]) - 25 * 10^{-3}[W] * (5 * 10^{-3}[s])$$

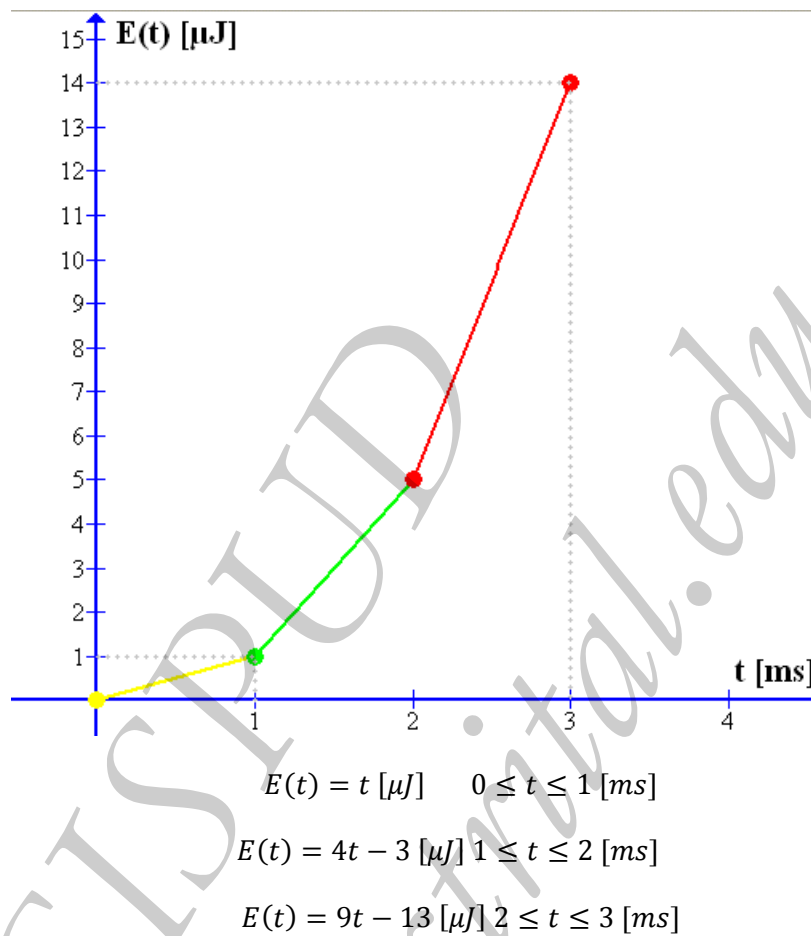
$$\Delta E_T = 187.5 * 10^{-6}[J] - 125 * 10^{-6}[J] = 62.5[\mu J]$$

$$\Delta E_T = 62.5[\mu J]$$

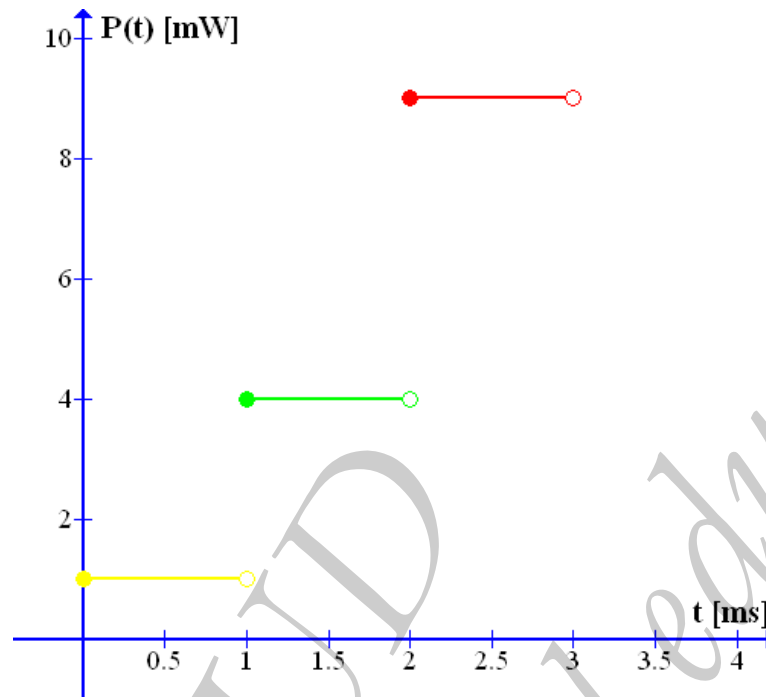
Ejercicio 9. Transferencia de energía 3.

Tomando como referencia el ejercicio 1.4 de la grafica de energía y potencia, calcular la energía transferida para el intervalo $1 \leq t \leq 3 [ms]$.

Gráfica 31. Energía en función del tiempo $E(t)$.



Gráfica 32. Potencia en función del tiempo $P(t)$.



$$P(t) = 1 [mW] \quad 0 \leq t \leq 1 [ms]$$

$$P(t) = 4 [mW] \quad 1 \leq t \leq 2 [ms]$$

$$P(t) = 9 [mW] \quad 2 \leq t \leq 3 [ms]$$

1. Resolviendo por método 1:

1.1 Para $t=1 [ms]$ corresponde la primera ó la segunda ecuación por ser un punto frontera.

Evaluando en la primera ecuación:

$$E_{(1[ms])} = t_{(1[ms])} = 1 [\mu J] * (1) \Rightarrow E_{(1[ms])} = 1 [\mu J]$$

Evaluando en la segunda ecuación:

$$E_{(1[ms])} = t_{(1[ms])} = 4 [\mu J] * (1) - 3[\mu J] \Rightarrow E_{(1[ms])} = 1 [\mu J]$$

El mismo resultado para las dos ecuaciones.

1.2 Para $t=3 [ms]$ corresponde la ecuación: $E(t) = 9t - 13[\mu J]$

$$E_{(3[ms])} = t_{(3[ms])} = 9 [\mu J] * (3) - 13[\mu J] \Rightarrow q_{(3[ms])} = 27[\mu J] - 13[\mu J]$$

$$E_{(3[ms])} = 14 [\mu J]$$

$$\text{Aplicando: } \Delta E_T = E_f - E_i$$

$$\Delta E_{(1[ms] \rightarrow 3[ms])} = E_{(3[ms])} - E_{(1[ms])} = 13[\mu J] - 1[\mu J]$$

$$\Delta E_{(1[ms] \rightarrow 3[ms])} = 13[\mu J]$$

2. Resolviendo por método 2:

Observando la gráfica directamente podemos saber que:

- $E_{(1[ms])} = 1 [\mu J]$
- $E_{(3[ms])} = 14 [\mu J]$

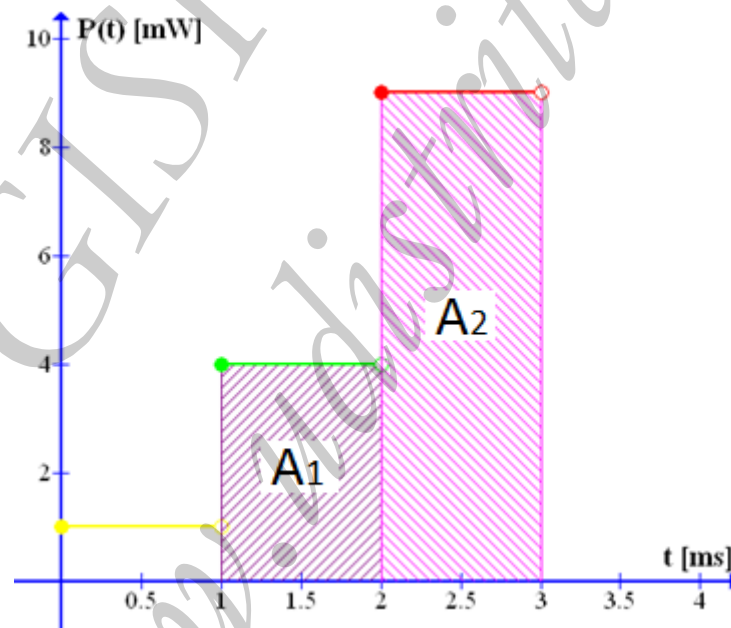
$$\Delta E_{(1[ms] \rightarrow 3[ms])} = E_{(3[ms])} - E_{(1[ms])} = 13[\mu J] - 1[\mu J]$$

$$\Delta E_{(1[ms] \rightarrow 3[ms])} = 13[\mu J]$$

3. Resolviendo por método 3:

Para determinar el área bajo la curva observamos que la gráfica de potencia corresponde a dos valores constantes. Entonces es necesario hallar el área de los rectángulos y aplicar. $\Delta E_T = A_1 + A_2$

Gráfica 33. Potencia en función del tiempo área bajo la curva.



$$A_1 = b * A = 1[ms] * 4[mW] = 4[\mu J]$$

$$A_2 = b * A = 1[ms] * 9[mW] = 9[\mu J]$$

$$\Delta E_T = A_1 + A_2 = 4[\mu J] + 9[\mu J] = 13[\mu J]$$

4. Resolviendo por método 4:

Realizando la integral definida para cada uno de los intervalos.

$$\Delta E_T = \int_{1[ms]}^{2[ms]} 4 [mW] dt + \int_{2[ms]}^{3[ms]} 9 [mW] dt$$

$$\Delta E_T = 4 t[mW] \Big|_{1[ms]}^{2[ms]} + 9 t[mW] \Big|_{2[ms]}^{3[ms]}$$

$$\Delta E_T = 4 * 10^{-3}[W] * (2 * 10^{-3}[s]) - 4 * 10^{-3}[W] * (1 * 10^{-3}[s]) +$$

$$9 * 10^{-3}[W] * (3 * 10^{-3}[s]) - 9 * 10^{-3}[W] * (2 * 10^{-3}[s])$$

$$\Delta E_T = 8 * 10^{-6}[J] - 4 * 10^{-6}[J] + 27 * 10^{-6}[J] - 18 * 10^{-6}[J]$$

$$\Delta E_T = 13[\mu J]$$

TRANSFERENCIA DE CARGA